
Test di Matematica

Scienze Agrarie 11/02/2020



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Matematica

Scienze Agrarie 11/02/2020



- 1) Determinare $Inf(A)$, $Sup(A)$ e (se esistono) $Min(A)$ e $Max(A)$ dell'insieme numerico

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = n - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

- 2) Calcolare, se esistono, le equazioni degli asintoti verticali della funzione

$$f(x) = \frac{\log(x)}{x^2 - 9}.$$

- 3) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f(x) = \log(\cos(x^2 + x))$$

e indicare il valore $f'(0)$.

- 4) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{|x + 1|}{\sqrt{x - 1}}.$$

- 5) Calcolare

$$\int_{-1}^1 x \arctan(x) dx.$$

SOLUZIONE

1) L'insieme A ha

$$\text{Inf}(A) = \text{Min}(A) = 0, \text{Sup}(A) = +\infty.$$

2) Poichè risultano

$$\lim_{x \rightarrow 3^\pm} \frac{\log(x)}{x^2 - 9} = \pm\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x)}{x^2 - 9} = +\infty$$

si evidenzia che la funzione ha due asintoti verticali di equazione $x = 3$ e $x = 0$.

3) La derivata prima di $f(x)$ è data da

$$f'(x) = -\frac{(2x+1)\sin(x^2+x)}{\cos(x^2+x)}.$$

Risulta $f'(0) = 0$.

4) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali $x - 1 > 0$. Si ha quindi

$$D = (1, +\infty).$$

5) Si applica la formula di integrazione per parti ottenendo

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 x \arctan(x) dx &= \left[\frac{x^2}{2} \arctan(x) \right]_{-1}^1 - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx \\ &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{x^2+1}{1+x^2} dx + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx \\ &= \frac{\pi}{4} - 1 + \frac{1}{2} [\arctan(x)]_{-1}^1 \\ &= \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$